Arkusz próbny 1

poziom podstawowy

Imię i nazwisko: Data:

Instrukcja

- Arkusz zawiera 35 zadań: 28 zamkniętych (po 1 punkcie) i 7 otwartych. Razem **46 punktów**.
- Proponowany czas pracy: **180 minut**. Możesz korzystać z kalkulatora prostego, linijki, cyrkla i karty wzorów (np. naszej: „Matura z matematyki – wzory i metody").
- W zadaniach zamkniętych zaznacz jedną poprawną odpowiedź na karcie odpowiedzi (str. 9).
- W zadaniach otwartych zapisz pełne rozwiązanie – liczy się tok rozumowania, nie tylko wynik.

To arkusz próbny Główkowni

Zadania ułożyliśmy sami w stylu matury podstawowej z matematyki. Nie są to zadania Centralnej Komisji Egzaminacyjnej. Arkusz obejmuje: liczby rzeczywiste, wyrażenia algebraiczne, równania i nierówności, funkcje, ciągi, trygonometrię, planimetrię, geometrię analityczną, stereometrię, kombinatorykę, prawdopodobieństwo i statystykę.

Część	Zadania	Punkty	Twój wynik
Zadania zamknięte	1–28	28	
Zadania otwarte	29–35	18	
Razem		**46**	

Próg zdania matury z przedmiotu obowiązkowego to 30% punktów, czyli z tego arkusza 14 punktów.

Zadania zamknięte 1–10

poziom podstawowy

Zadanie 1. (0–1) Liczba $\frac{2^5 \cdot 2^{-2}}{2^4}$ jest równa

A. $\frac{1}{2}$ **B.** 2 **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** 4

Zadanie 2. (0–1) Liczba $\sqrt{48} - \sqrt{27}$ jest równa

A. $\sqrt{21}$ **B.** $7\sqrt{3}$ **C.** 3 **D.** $\sqrt{3}$

Zadanie 3. (0–1) Wartość wyrażenia $\log_2 32 + \log_3 9$ jest równa

A. 7 **B.** 6 **C.** 10 **D.** 41

Zadanie 4. (0–1) Cenę kurtki równą 250 zł obniżono o 20%, a po miesiącu nową cenę podwyższono o 20%. Kurtka kosztuje teraz

A. 240 zł **B.** 250 zł **C.** 260 zł **D.** 230 zł

Zadanie 5. (0–1) Wyrażenie $(x - 3)^2 - (x + 3)^2$ jest równe

A. $12x$ **B.** -18 **C.** $2x^2 + 18$ **D.** $-12x$

Zadanie 6. (0–1) Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $3 - 2x \geq 7$ jest przedział

A. $[-2, +\infty)$ **B.** $(-\infty, -2]$ **C.** $(-\infty, 2]$ **D.** $[2, +\infty)$

Zadanie 7. (0–1) Rozwiązaniami równania $x^2 - 5x + 6 = 0$ są liczby

A. -2 i -3 **B.** 1 i 6 **C.** 2 i 3 **D.** -1 i 6

Zadanie 8. (0–1) Miejscem zerowym funkcji $f(x) = -3x + 6$ jest liczba

A. -2 **B.** 6 **C.** -6 **D.** 2

Zadanie 9. (0–1) Prosta przechodząca przez punkty (0, 1) i (2, 5) ma równanie

A. $y = x + 1$ **B.** $y = 2x + 1$ **C.** $y = 3x + 1$ **D.** $y = 2x - 1$

Zadanie 10. (0–1) Wierzchołkiem paraboli $y = (x - 2)^2 - 3$ jest punkt

A. $(-2, -3)$ **B.** $(2, 3)$ **C.** $(2, -3)$ **D.** $(-2, 3)$

Zadania zamknięte 11–20

poziom podstawowy

Zadanie 11. (0–1) Zbiorem wartości funkcji $f(x) = -(x + 1)^2 + 4$ jest przedział

A. $[4, +\infty)$ **B.** $(-\infty, -1]$ **C.** $(-\infty, 4]$ **D.** $(-\infty, +\infty)$

Zadanie 12. (0–1) Dana jest funkcja $f(x) = 2^x$. Różnica $f(3) - f(1)$ jest równa

A. 6 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 8

Zadanie 13. (0–1) W ciągu arytmetycznym $a_1 = 3$ i różnica $r = 4$. Wyraz a_{10} jest równy

A. 43 **B.** 40 **C.** 37 **D.** 39

Zadanie 14. (0–1) W ciągu geometrycznym $a_1 = 2$ i iloraz $q = 3$. Wyraz a_4 jest równy

A. 18 **B.** 162 **C.** 54 **D.** 24

Zadanie 15. (0–1) Suma dziesięciu początkowych wyrazów ciągu $a_n = 2n$ jest równa

A. 100 **B.** 120 **C.** 55 **D.** 110

Zadanie 16. (0–1) Kąt α jest ostry i $\sin\alpha = \frac{3}{5}$. Wtedy $\cos\alpha$ jest równy

A. $\frac{3}{4}$ **B.** $\frac{5}{4}$ **C.** $\frac{4}{5}$ **D.** $\frac{2}{5}$

Zadanie 17. (0–1) Wartość wyrażenia $\operatorname{tg} 45^\circ + \cos 60^\circ$ jest równa

A. $\frac{3}{2}$ **B.** 1 **C.** 2 **D.** $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

Zadanie 18. (0–1) Przyprostokątne trójkąta prostokątnego mają długości 6 i 8. Przeciwprostokątna ma długość

A. 10 **B.** 14 **C.** 12 **D.** $\sqrt{28}$

Zadanie 19. (0–1) Kąt środkowy okręgu ma miarę 140°. Kąt wpisany oparty na tym samym łuku ma miarę

A. 140° **B.** 70° **C.** 40° **D.** 280°

Zadanie 20. (0–1) Obwód koła jest równy 10π. Pole tego koła jest równe

A. 10π **B.** 100π **C.** 5π **D.** 25π

Zadania zamknięte 21–28

poziom podstawowy

Zadanie 21. (0–1) Odległość między punktami A = (1, 2) i B = (4, 6) jest równa

A. 7 **B.** 5 **C.** $\sqrt{7}$ **D.** 25

Zadanie 22. (0–1) Środkiem odcinka o końcach A = (−2, 4) i B = (6, 0) jest punkt

A. (2, 2) **B.** (4, 4) **C.** (8, −4) **D.** (2, 4)

Zadanie 23. (0–1) Prosta prostopadła do prostej $y = 2x - 1$, przechodząca przez punkt (0, 3), ma równanie

A. $y = 2x + 3$ **B.** $y = -2x + 3$ **C.** $y = -\frac{1}{2}x + 3$ **D.** $y = \frac{1}{2}x + 3$

Zadanie 24. (0–1) Przekątna sześcianu o krawędzi 3 ma długość

A. $3\sqrt{2}$ **B.** $3\sqrt{3}$ **C.** 9 **D.** 27

Zadanie 25. (0–1) Objętość stożka o promieniu podstawy 3 i wysokości 4 jest równa

A. 36π **B.** 15π **C.** 48π **D.** 12π

Zadanie 26. (0–1) Liczb dwucyfrowych, których obie cyfry są nieparzyste, jest

A. 20 **B.** 25 **C.** 45 **D.** 50

Zadanie 27. (0–1) Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką. Prawdopodobieństwo, że suma oczek będzie równa 7, wynosi

A. $\frac{7}{36}$ **B.** $\frac{1}{6}$ **C.** $\frac{1}{12}$ **D.** $\frac{1}{36}$

Zadanie 28. (0–1) Mediana danych 4, 10, 2, 5, 4 jest równa

A. 5 **B.** 4,5 **C.** 4 **D.** 10

Zadania otwarte

poziom podstawowy

Zadanie 29. (0–2) Rozwiąż nierówność $x^2 - 2x - 8 < 0$.

Zadanie 30. (0–2) Rozwiąż równanie $x^3 - 4x^2 - 9x + 36 = 0$.

Zadania otwarte

poziom podstawowy

Zadanie 31. (0–2) Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej n liczba $n^2 + n$ jest parzysta.

Zadanie 32. (0–3) W ciągu arytmetycznym (a_n) wyraz $a_3 = 7$, a wyraz $a_7 = 19$. Oblicz pierwszy wyraz, różnicę tego ciągu oraz sumę dziesięciu jego początkowych wyrazów.

Zadania otwarte

poziom podstawowy

Zadanie 33. (0–3) Oblicz pole trójkąta o wierzchołkach $A = (-1, -2)$, $B = (5, 1)$, $C = (1, 4)$.

Zadanie 34. (0–3) Z drutu o długości 20 m chcemy wygiąć ogrodzenie w kształcie prostokąta (cały drut tworzy obwód). Jakie wymiary powinien mieć prostokąt, aby jego pole było największe? Oblicz to pole.

Zadania otwarte

poziom podstawowy

Zadanie 35. (0–3) W urnie są 4 kule białe i 6 kul czarnych. Losujemy kolejno dwie kule bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo, że obie wylosowane kule będą białe.

Karta odpowiedzi

poziom podstawowy

Zaznacz krzyżykiem jedną odpowiedź w każdym zadaniu. Jeśli się pomylisz, otocz błędny krzyżyk kółkiem i zaznacz inną odpowiedź.

Nr	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				

Nr	A	B	C	D
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				

Klucz: zadania zamknięte

poziom podstawowy

Zadania zamknięte:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
A	D	A	A	D	B	C	D	B	C	C	A	D	C

15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
D	C	A	A	B	D	B	A	C	B	D	B	B	C

1. $2^{5-2-4} = 2^{-1} = 1/2$.

2. $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$, $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$, różnica $\sqrt{3}$.

3. $\log_2 32 = 5$, $\log_3 9 = 2$.

4. $250 \cdot 0{,}8 = 200$; $200 \cdot 1{,}2 = 240$.

5. $(x^2 - 6x + 9) - (x^2 + 6x + 9) = -12x$.

6. $-2x \geq 4$, więc $x \leq -2$.

7. $(x - 2)(x - 3) = 0$.

8. $-3x + 6 = 0 \Rightarrow x = 2$.

9. $a = (5 - 1)/2 = 2$, $b = 1$.

10. Postać kanoniczna: $W = (p, q) = (2, -3)$.

11. $a < 0$, $q = 4 \Rightarrow (-\infty, 4]$.

12. $8 - 2 = 6$.

13. $a_{10} = 3 + 9 \cdot 4 = 39$.

14. $a_4 = 2 \cdot 3^3 = 54$.

15. $S = (2 + 20) \cdot 10/2 = 110$.

16. $\cos\alpha = \sqrt{(1 - 9/25)} = 4/5$.

17. $1 + 1/2 = 3/2$.

18. $\sqrt{(36 + 64)} = 10$.

19. Kąt wpisany to połowa środkowego.

20. $2\pi r = 10\pi \Rightarrow r = 5$, $P = 25\pi$.

21. $\sqrt{(3^2 + 4^2)} = 5$.

22. $((-2 + 6)/2, (4 + 0)/2) = (2, 2)$.

23. Współczynnik prostopadły: $-1/2$.

24. $d = a\sqrt{3}$.

25. $V = \pi r^2 h/3 = 12\pi$.

26. $5 \cdot 5 = 25$ (cyfry 1, 3, 5, 7, 9).

27. 6 par z 36: 1/6.

28. Uporządkowane: 2, 4, 4, 5, 10 – środkowa 4.

Klucz: zadania otwarte

poziom podstawowy

Zadanie 29 (2 pkt)

Miejsca zerowe: $\Delta = 4 + 32 = 36$, $x_1 = -2$, $x_2 = 4$ (1 pkt). Ramiona w górę, więc $x \in (-2, 4)$ (1 pkt).

Zadanie 30 (2 pkt)

Grupowanie: $x^2(x - 4) - 9(x - 4) = (x - 4)(x^2 - 9) = (x - 4)(x - 3)(x + 3)$ (1 pkt). Rozwiązania: $x = -3$, $x = 3$, $x = 4$ (1 pkt).

Zadanie 31 (2 pkt)

$n^2 + n = n(n + 1)$ – iloczyn dwóch kolejnych liczb całkowitych (1 pkt). Jedna z nich jest parzysta, więc iloczyn jest parzysty (1 pkt).

Zadanie 32 (3 pkt)

$a_7 - a_3 = 4r = 12 \Rightarrow r = 3$ (1 pkt); $a_1 = a_3 - 2r = 1$ (1 pkt); $S_{10} = (2a_1 + 9r) \cdot 10/2 = (2 + 27) \cdot 5 = 145$ (1 pkt).

Zadanie 33 (3 pkt)

Wektory $AB = [6, 3]$, $AC = [2, 6]$ (1 pkt). $P = \frac{1}{2}|6 \cdot 6 - 3 \cdot 2| = \frac{1}{2} \cdot 30$ (1 pkt) $= 15$ (1 pkt). Można też użyć wzoru na pole przez współrzędne albo wpisać trójkąt w prostokąt.

Zadanie 34 (3 pkt)

Boki x i $10 - x$, $P(x) = x(10 - x) = -x^2 + 10x$, $x \in (0, 10)$ (1 pkt). Wierzchołek paraboli: $x = 5$ (1 pkt). Prostokąt to kwadrat 5 m × 5 m, $P = 25$ m² (1 pkt).

Zadanie 35 (3 pkt)

$|\Omega| = 10 \cdot 9 = 90$ (1 pkt), $|A| = 4 \cdot 3 = 12$ (1 pkt), $P(A) = 12/90 = 2/15$ (1 pkt).